Mathematik (Beispielaufgaben Kursarbeit) – Analytische Geometrie

Rechenaufgaben jeweils ins Heft übertragen. Alle Rechenschritte angeben. Bei Textaufgaben sind Antwortsätze zu schreiben. Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner

Aufgabe 1: Wandle die Gleichungen der folgenden Geraden und Ebenen in die angegebene Form um.

1.1 $g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$ in die Koordinatenform.

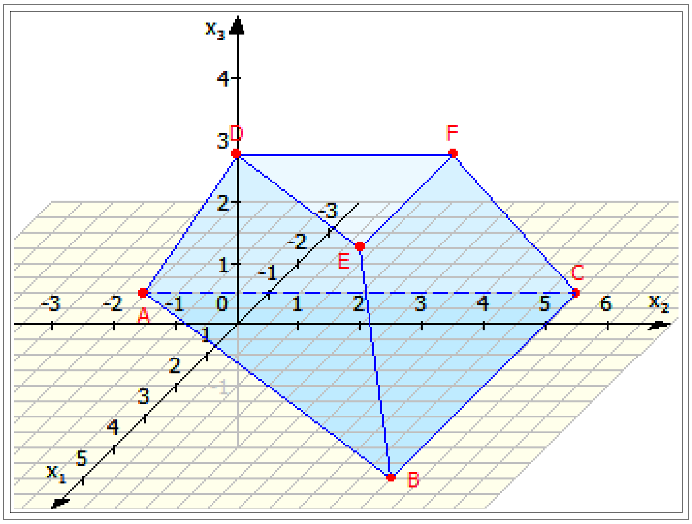
1.2 $E:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\3\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}6\\4\\-4\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}$ in die Koordinatenform und anschließend in die Normalenform.

1.3 $E: 2x_1-2x_2+3x_3=5$ in die Parameterform und in die Hesse'sche Normalenform.

1.4 Die Ebene E durch die Punkte $A(-2|3|4), B(2|2|2)$ und $C(-1|3|2)$ in die Normalenform, Parameterform und Koordinatenform.

Aufgabe 2: Zeichne jeweils einen Ausschnitt der beiden Ebenen $E:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}-6\\10\\4\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-2\\5\\0\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}$ und $E:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}-4\\2\\4\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-4\\2\\0\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-4\\0\\4\end{pmatrix}$ in ein gemeinsames Koordinatensystem. Berechne und zeichne die Schnittgerade der beiden Ebenen. Färbe die Ebenen farbig korrekt ein, so dass ersichtlich ist, welche Teilflächen verdeckt sind.

Aufgabe 3: Ein Pyramidenstumpf hat eine Grundfläche, die durch die Punkte $A(5|1|3), B(5|5|0)$ und $C(-1|5|0)$ begrenzt ist. Die Schnittfläche des Pyramidenstumpfes wird begrenzt durch die Punkte $D(4|2|4{,}75), E(4|4|3{,}25)$ und $F(1|4|3{,}25)$.



3.1 Zeige, dass die Grundfläche und die Schnittfläche parallel zueinander sind.

3.2 Berechne die Koordinaten der (nicht vorhandenen) Pyramidenspitze.

3.3 Berechne die Höhe der (gedachten) vollständigen Pyramide.

3.4 Berechne die Höhe des Pyramidenstumpfes.

3.5 Berechne das Volumen des Pyramidenstumpfes mit der Formel $V=\frac{1}{3}\cdot h\cdot\left(A_1+\sqrt{A_1A_2}+A_2\right)$, wobei A_1 und A_2 die Grund- bzw. Schnittfläche sind.